Die maximale Geschwindigkeit eines Balls beim Abschlag

von

Axel Donges
Fachhochschule und Berufskollegs NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH
Seidenstraße 12-35, D-88316 Isny im Allgäu, eMail: ADonges@web.de

erschienen in: Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 2/52 (2003) pp 34-35

Zusammenfassung

Wird ein ruhender Ball von einem Schläger getroffen, so erreicht der Ball beim Abschlag maximal die doppelte Bahngeschwindigkeit, die der Kontaktpunkt von Ball und Schläger unmittelbar vor dem Stoß gehabt hat.

1. Einleitung

Bei nahezu allen Ballsportarten muss ein zunächst ruhender Ball auf eine möglichst hohe Geschwindigkeit beschleunigt werden. Die Beschleunigung des Balls wird dabei durch einen Stoß zwischen dem Ball und einem Schläger erzielt. Beispiele dafür sind:

- Stoß zwischen Golfball und Golfschläger
- Stoß zwischen dem beim Aufschlag praktisch ruhenden Tennisball und dem Tennisschläger
- Stoß zwischen Ball und dem Bein des Fußballspielers beim Elfmeter.

Um eine möglichst hohe Ballgeschwindigkeit zu erzielen, sollte der Stoß möglichst elastisch sein, was im Weiteren stets vorausgesetzt wird. In dem vorliegenden Aufsatz wird die maximal mögliche Geschwindigkeit berechnet, die ein vor dem Stoß ruhender Ball erreichen kann.

2. Gerader, zentraler und elastischer Stoß

Zur Vereinfachung wird der Stoß zwischen Schläger und Ball zunächst als gerader, zentraler und elastischer Stoß aufgefasst. In diesem Fall lautet der Impuls- und Energieerhaltungssatz

$$Mv_M = mv_m^{'} + Mv_M^{'} \tag{1}$$

und

$$\frac{1}{2}Mv_M^2 = \frac{1}{2}mv_m^{'2} + \frac{1}{2}Mv_M^{'2} \, . \tag{2}$$

Hierbei bedeuten M: Masse des Schlägers, m: Masse des vor dem Stoß ruhenden Balls, v_M: Geschwindigkeit des Schlägers vor dem Stoß, $v_M^{'}$: Geschwindigkeit des Schlägers nach dem Stoß, $v_m^{'}$: Geschwindigkeit des Balls nach dem Stoß. Wird Gl. (1) nach $v_M^{'}$ aufgelöst und in Gl. (2) eingesetzt, so ergibt sich für die gesuchte Geschwindigkeit des Balls nach dem Stoß [1]

[1] Die zweite Lösung $v_m^{'} = 0$ bleibt unerwähnt, da dies bedeutet, dass der Schläger den Ball nicht getroffen hat.

$$v_m^{'} = \frac{2v_M}{1+\frac{m}{M}} . \tag{3}$$

Gl. (3) eingesetzt in Gl. (1) liefert die Geschwindigkeit des Schlägers nach dem Stoß (siehe Abb. 1).

$$v_M^{'} = \frac{1-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}} v_M . \tag{4}$$

Um die maximal mögliche Ballgeschwindigkeit zu erreichen, muss das Massenverhältnis m/M verschwinden. Für die maximale Ballgeschwindigkeit unmittelbar nach dem Stoß gilt im Grenzfall $m/M \to 0$

$$v_{m,\max}^{'} = \lim_{\frac{m}{M}\to 0} v_m^{'} = 2v_M . \tag{5}$$

In diesem Grenzfall ändert der Schläger beim Stoß seine Geschwindigkeit nicht, d.h.

$$\lim_{\frac{m}{M}\to 0} v_M^{'} = v_M \quad . \tag{6}$$

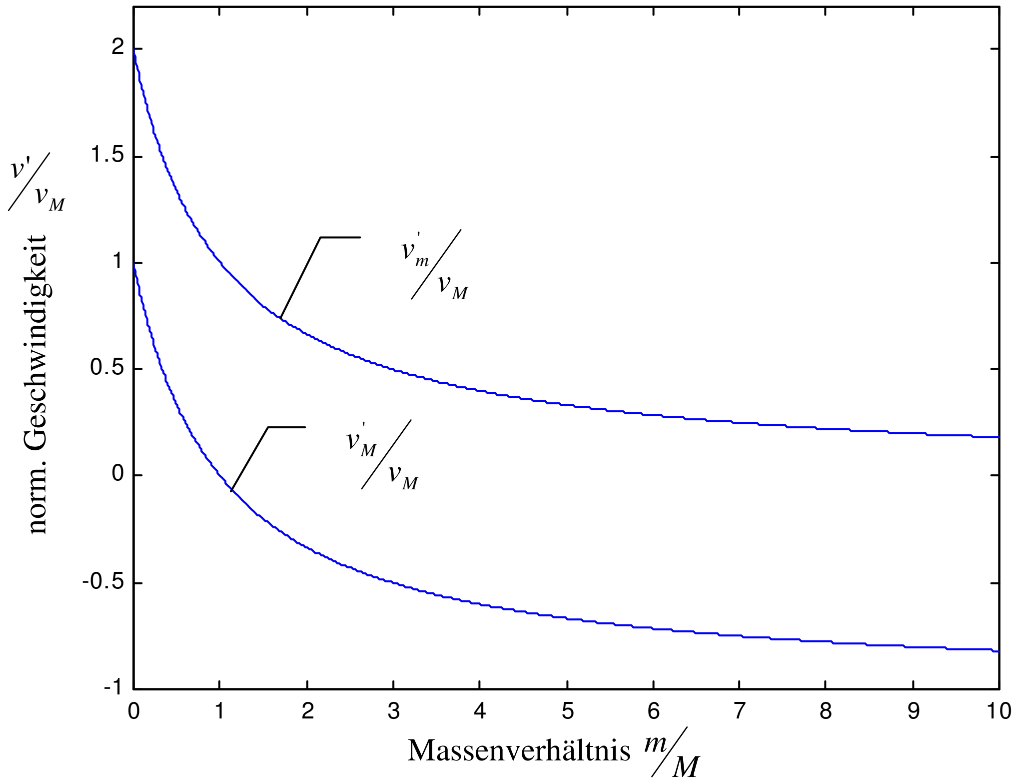

Abb. 1: Normierte Geschwindigkeiten des Balls bzw. des Schlägers nach dem Stoß

3. Elastischer Drehstoß

Eine im Vergleich zu Abschnitt 2 bessere Beschreibung des Stoßvorgangs ergibt sich, wenn die Drehbewegung des Schlägers berücksichtigt wird. Wie in Abbildung 2 zu erkennen, gehen wir im Weiteren davon aus, dass der Schläger sich vor (bzw. nach) dem Stoß mit der Winkelgeschwindigkeit ω (bzw. ω') um eine raumfeste Achse A dreht [2]. Weiterhin wird angenommen, dass der Ball nicht „geschnitten“ wird, d.h. dass er keinen Spin besitzt. Für den elastischen Drehstoß lautet der Drehimpuls- und Energieerhaltungssatz

$$J\omega = J\omega' + mv_m' x \tag{7}$$

und

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J\omega'^2 + \frac{1}{2}mv_m'^2 \ . \tag{8}$$

Hierbei bedeuten J: Massenträgheitsmoment des Schlägers (bezüglich der Drehachse A), m: Masse des vor dem Drehstoß ruhenden Balls, ω (bzw. ω'): Winkelgeschwindigkeit des Schlägers vor (bzw. nach) dem Stoß und v_m': Geschwindigkeit des Balls nach dem Stoß. x ist der Abstand zwischen der Drehachse A und der durch den Massenmittelpunkt des Balls gehenden Linie parallel zum Geschwindigkeitsvektor des Balls unmittelbar nach dem Stoß. Wird Gl. (7) nach ω' aufgelöst und in Gl. (8) eingesetzt, so folgt für die Geschwindigkeit des Balls nach dem Stoß [3]

$$v_m' = \frac{2x\omega}{1 + \frac{mx^2}{J}} \ . \tag{9}$$

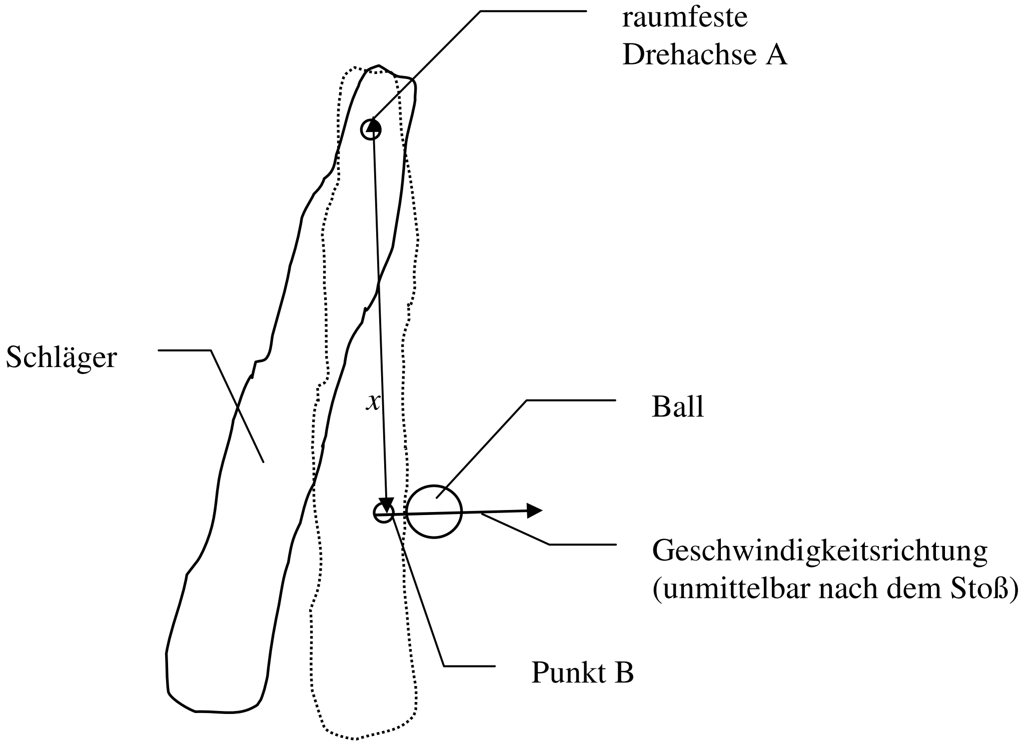

Abb. 2 : schematische Darstellung des Drehstoßes

[2] Das Wort „Schläger“ wird in diesem Aufsatz in einem erweiterten Sinn gebraucht. Beim Elfmeterschießen ist der „Schläger“ beispielsweise das Bein des Fußballers, das den Ball tritt. Beim Aufschlag beim Tennis wird unter „Schläger“ die Kombination aus dem eigentlichen Tennisschläger und dem Arm des Spielers verstanden, der sich beim Aufschlag um das (praktisch raumfeste) Schultergelenk dreht.

[3] Die zweite Lösung $v_B' = 0$ bleibt unerwähnt, da dies bedeutet, dass der Schläger den Ball nicht getroffen hat.

Für die Winkelgeschwindigkeit des Schlägers nach dem Stoß gilt folglich

$$\omega' = \frac{1 - \frac{mx^2}{J}}{1 + \frac{mx^2}{J}} \omega \quad . \tag{10}$$

Im Grenzfall $mx^2 << J$ wird $v_m^{'}$ maximal. Die maximale Ballgeschwindigkeit beträgt

$$v_{m,\max}^{'} = \lim_{\frac{mx^2}{J} \to 0} v_m^{'} = 2x\omega \, . \tag{11}$$

Da $x\omega$ die Bahngeschwindigkeit v_B des unteren Endpunktes B der Strecke x (siehe Abb. 2) unmittelbar vor dem Stoß bedeutet, gilt analog zu Gl. (5)

$$v_{m,\max}^{'} = 2v_B \, . \tag{12}$$

Die Winkelgeschwindigkeit des Schlägers ändert sich im Grenzfall $mx^2 << J$ nicht, d.h.

$$\lim_{\frac{mx^2}{J} \to 0} \omega' = \omega \quad . \tag{13}$$

Die Bahngeschwindigkeit v_B ist bei üblichen Schlägerformen [4] praktisch identisch mit der Bahngeschwindigkeit des Kontaktpunktes von Ball und Schläger unmittelbar vor dem Stoß. Man kann daher in guter Näherung auch sagen:

4. Zusammenfassung

Beim Abschlag eines ruhendes Balls geringer Masse durch einen um eine raumfeste Achse sich drehenden Schläger großer Masse erreicht der Ball maximal die doppelte Bahngeschwindigkeit, die der Kontaktpunkt von Ball und Schläger unmittelbar vor dem elastischen Drehstoß gehabt hat.

[4] Strecke x >> Dicke des Schlägers in Schlagrichtung.