

# **Experimentelle Bestimmung der PLANCK-Konstanten mit Leuchtdioden**

von

Axel Donges, Winfried Durach und Stephan Trunk

erschienen in: Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 8/52 (2003), S. 28-31

## **Zusammenfassung**

Es wird ein Experiment mit Leuchtdioden beschrieben, mit dem die PLANCK-Konstante bestimmt werden kann. Die graphische Darstellung der Schwellenspannung verschiedener Leuchtdioden über der reziproken Wellenlänge liefert näherungsweise eine Gerade mit der Steigung  $hc/e$ .

## 1 Einleitung

Die PLANCK-Konstante  $h$  gehört zu den wichtigsten Konstanten der Quantenphysik. Jeder Schüler sollte daher die Konstante  $h$  im Laufe seiner Ausbildung einmal experimentell bestimmt haben. Die klassischen Experimente zur experimentellen Bestimmung von  $h$  nutzen den äußeren Photoeffekt [1]. In diesem Aufsatz wird eine Methode vorgestellt, die auf der Strahlungsemission in einem pn-Übergang (Elektron-Loch-Rekombination) basiert.

## 2 Der pn-Übergang

In einer Leuchtdiode (LED) grenzen p- und n-dotierte Gebiete aneinander. Im Grenzgebiet diffundieren Elektronen vom n- in den p-dotierten Bereich und umgekehrt Löcher vom p- ins n-dotierte Gebiet. Dadurch kommt es zu einer Rekombination der Elektronen und Löcher, d.h. es bildet sich eine an freien Ladungsträgern verarmte Sperrschicht aus. Wegen der ortsfesten Ionen, die in einem dotierten Material immer vorliegen, bildet sich in der Sperrschicht ein elektrisches Feld aus. Dieses Feld stoppt den Diffusionsvorgang ab und begrenzt die Sperrschicht auf eine Dicke von meist unter  $1\ \mu\text{m}$  [2, S. 81-88].

Wird an den pn-Übergang eine äußere Spannung gelegt, so wird, je nach Polung, die Dicke der Sperrschicht verkleinert oder vergrößert. Falls die n-dotierte Seite mit dem Pluspol und die p-dotierte Seite mit dem Minuspol der Spannungsquelle verbunden wird, wächst die Dicke der Sperrschicht an. Es kann praktisch kein Strom fließen (Sperrpolung). Im umgekehrten Fall nimmt die Dicke der Sperrschicht ab und es fließt ein Strom (Flusspolung). Ständig wandern Elektronen und Löcher in die Grenzschicht, wo sie rekombinieren. Bei der Rekombination können sowohl Photonen (direkter Halbleiter) als auch Wärme (indirekter Halbleiter) entstehen [3, S. 16].

## 3 Diodenkennlinie und Schwellenspannung

Die Abhängigkeit des Diodenstroms  $I$  von der an der Diode abfallenden Spannung  $U$  (Abb. 1) wird recht gut durch die erstmals von SHOCKLEY [4] 1951 aufgestellte Formel

$$I = I_{\text{Sp}} \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) \quad (1)$$

beschrieben.  $e$  ist die Elementarladung,  $k$  die BOLTZMANN-Konstante,  $T$  die Temperatur und  $I_{Sp}$  ist der Sättigungssperrstrom

$$I_{Sp} = \lim_{U \rightarrow -\infty} (-I), \quad (2)$$

der durch Materialparameter, Geometrie der Diode und Temperatur bestimmt wird. Dass trotz Sperrpolung ein geringer Sperrstrom fließt, hängt mit der Tatsache zusammen, dass in der Sperrschicht Elektron-Loch-Paare thermisch erzeugt werden (Eigenleitung). Die Temperaturabhängigkeit des Sättigungssperrstroms wird daher im Wesentlichen durch den BOLTZMANN-Faktor  $e^{-\frac{\Delta W_B}{kT}}$  bestimmt [5] ( $\Delta W_B$ : energetischer Abstand zwischen Valenz- und Leitungsband). Für die Dioden-Kennlinie gilt somit näherungsweise

$$I = I_{Sp,max} e^{-\frac{\Delta W_B}{kT}} \left( e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (3)$$

Hierbei ist  $I_{Sp,max}$  der für jede Leuchtdiode typische maximale Sättigungssperrstrom, der bei großen Temperaturen ( $T \rightarrow \infty$ ) fließt. Im Grenzfall niedriger Temperaturen ( $T \rightarrow 0$ ) ist

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{I}{I_{Sp,max}} = \begin{cases} 0 & \text{für } U < U_{Sch,0} \\ 1 & \text{für } U = U_{Sch,0} \\ \infty & \text{für } U > U_{Sch,0} \end{cases} \quad (4)$$

mit

$$U_{Sch,0} = \frac{\Delta W_B}{e}. \quad (5)$$

Es fließt also (für  $T \rightarrow 0$ ) erst dann ein Strom  $I$ , wenn die Schwellenspannung  $U_{Sch,0}$  erreicht oder überschritten wird. Dies kann man sich auch mit dem Energieerhaltungssatz klar machen: Die bei der Rekombination eines Elektron-Loch-Paares freiwerdende Energie beträgt

$$W = eU. \quad (6)$$

Diese Energie wird teilweise in Form eines Photons mit der Frequenz  $f$  abgestrahlt, d.h.

$$eU \geq hf. \quad (7)$$

Da die Frequenz  $f$  des Leuchtdioden-Lichts durch den Bandabstand  $\Delta W_B$  definiert ist [3, S. 35],

$$hf = \Delta W_B \quad (8)$$

folgt aus den Gln. (7) und (8), dass die Leuchtdiode nur im Fall  $U \geq U_{\text{Sch},0} = \Delta W_B / e$  Licht emittieren kann.

Abbildung 2 zeigt mit Gl. (3) berechnete Diodenkennlinien bei verschiedenen Temperaturen. Man erkennt, dass nur bei sehr niedrigen Temperaturen ( $T \rightarrow 0$ ) der Strom bei  $U = U_{\text{Sch},0}$  sprunghaft ansteigt. Im Allgemeinen ( $T \neq 0$ ) fließt bereits bei  $U < U_{\text{Sch},0}$  ein merklicher Strom. Wir bezeichnen daher im Weiteren als Schwellenspannung  $U_{\text{Sch}}$  diejenige Spannung, bei der ein willkürlich definierter Schwellenstrom  $I_{\text{Sch}}$  (z.B. 10 mA) überschritten wird. Mit Gl. (3) kann die Schwellenspannung berechnet werden. Es ergibt sich bei Berücksichtigung von Gl. (8),

$$c = \lambda f \quad (9)$$

( $c$ : Lichtgeschwindigkeit,  $\lambda$ : Wellenlänge) und im Grenzfall  $eU_{\text{Sch}} \gg kT$

$$U_{\text{Sch}} = \frac{hc}{e} \frac{1}{\lambda} - \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{I_{\text{Sch}}}{I_{\text{Sp,max}}} \right). \quad (10)$$

#### 4 Bestimmung der PLANCK-Konstanten

Tabelle 1 zeigt für 27 verschiedene Leuchtdioden die Schwellenspannung und die dazugehörige Hauptwellenlänge der emittierten Strahlung (laut Herstellerangaben). Die experimentell bestimmten Schwellenspannungen, aufgetragen über der reziproken Wellenlänge, passen gut zu der Ausgleichsgerade (Abb. 3)

$$U_{\text{Sch}} = (1,26 \pm 0,12) \mu\text{m V} \frac{1}{\lambda} - (0,34 \pm 0,18) \text{ V}. \quad (11)$$

Die gute Übereinstimmung der Messdaten mit der Ausgleichsgerade (11) zeigt, dass der Term

$\ln \left( \frac{I_{\text{Sch}}}{I_{\text{Sp,max}}} \right)$  in Gl. (10) für die verschiedenen Leuchtdioden näherungsweise den gleichen

Wert besitzt. Dies bedeutet, dass bei Zimmertemperatur die Schwellenspannung etwa 0,2 bis 0,5 V unter dem durch Gl. (5) gegebenen Wert liegt<sup>1</sup> (siehe auch Spalte 3 in Tabelle 1). Die Steigung  $m$  der Ausgleichsgeradengeraden (11) beträgt  $(1,26 \pm 0,12) \mu\text{m V}$ . Nach Gl. (10) ist die Steigung durch  $hc/e$  gegeben. Damit ergibt sich die Möglichkeit (bei Kenntnis von  $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  und  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) die PLANCK-Konstante zu bestimmen. Man erhält  $h = (6,7 \pm 0,6) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ . Der Literaturwert ( $h = 6,626176(36) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  [22]) weicht etwa 1% von dem ermittelten Bestwert ab, liegt jedoch innerhalb des angegebenen Fehlerintervalls.

## 5 Experimentiervorschlag

Aus dem bisher Gesagten folgt unmittelbar der folgenden Experimentiervorschlag:

- Zunächst werden die Schwellenspannungen verschiedener Leuchtdioden, die Licht unterschiedlicher Wellenlänge abstrahlen, bestimmt. Dazu werden entweder die  $I$ - $U$ -Kennlinien der Dioden aufgenommen oder es wird visuell (oder mit einem Photodetektor) festgestellt, bei welchen Spannungen die Dioden zu leuchten beginnen.
- Anschließend werden die Wellenlängen des von den Leuchtdioden emittierten Lichts experimentell bestimmt (beispielsweise mit einem Gitterspektrometer [1, S. 233], Abb. 4). Bei Zeitmangel können alternativ auch die Herstellerangaben übernommen werden.
- Die Messergebnisse werden graphisch dargestellt. Dazu werden die Schwellenspannungen über der reziproken Wellenlängen aufgetragen. Es wird nach Augenmaß eine Ausgleichsgerade an die Messpunkte angepasst und deren Steigung  $m$  bestimmt.
- Die PLANCK-Konstante wird mit der Gleichung

$$h = \frac{me}{c} \quad (12)$$

berechnet.

- Zur Fehlerabschätzung werden zwei weitere Geraden - mit möglichst großer und kleiner Steigung – an die Messdaten angepasst und ausgewertet.

Dass man mit fünf verschiedenen Leuchtdioden schon recht gute Ergebnisse erzielen kann, zeigt Abbildung 5.

---

<sup>1</sup> Beispiel: Bei einer gewöhnlichen Silicium- bzw. Germanium-Diode liegt der Bandabstand bei etwa bei 1,1 eV bzw. 0,7 eV [3, S. 13] und die entsprechenden Schwellenspannung bei etwa 0,7 V bzw. 0,3 V [18]. Die Differenz  $(\Delta W_B / e) - U_{\text{Sch}}$  ist in beiden Fällen 0,4 V.

## Literatur

- [1] F. Bader, F. Dorn: Physik – Oberstufe, Gesamtband 12/13. Hannover: Schroedel (1986), S. 296-298
- [2] K.-H. Rohe: Elektronik für Physiker. Stuttgart: Teubner (1983)
- [3] O. Neufang: Grundlagen der Optoelektronik. Stuttgart: AT Verlag (1982)
- [4] F. S. Goucher, G. L. Pearson, M. Spark, G. K. Teal, W. Shockley: Theory and Experiment for a Germanium p-n Junction. Phys. Rev. 81, 637 (1951)
- [5] T. Adamowicz et.al.: Handbuch der Elektronik. München: Franzis-Verlag (1979), S. 512
- [6] F. Herrmann and D. Schätzle: Measuring Planck's Constant By Means of An LED. Am. J. Phys. 64, 1448 (1996)
- [7] D. A. Johnson: Demonstrating the Light Emitting Diode. Am J. Phys. 63, 761 (1994)
- [8] J. B. Kwansnoski: A Laboratory Investigation of Light Emitting Diodes. Am. J. Phys. 40, 588 (1972)
- [9] E. Redondo, A. Ojeda, G. Gonzalez Diaz and I. Mártil: A Laboratory Experiment with Blue Light-Emitting diodes. Am. J. Phys. 65, 371 (1997)
- [10] H. Müller: Schulversuche mit Leuchtdioden. PdN-Physik 7/39 (1990), S. 33-39
- [11] H. Hübel: Leuchtdioden: annähernd monochromatische Lichtquellen für physikalische Schülerversuche zur Gitterbeugung und zum Planckschen Wirkungsquant. PdN-Physik 3/82 (1982); S. 77-84
- [12] H. Schwarze: Mit Leuchtdioden zu  $E = hf$ . PdN-Physik 1/46 (1997), S. 34-36
- [13] <http://www.as.yosu.edu/~mcrecim/presentations/planckdiode.ppt>
- [14] <http://public.rz.fh-wolfenbuettel.de/~hamannm/umdrucke/mtlab1v703.pdf>
- [15] [http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor\\_especial/led\\_const\\_plank2k1.pdf](http://www.fisicarecreativa.com/informes/infor_especial/led_const_plank2k1.pdf)
- [16] <http://www.kingbright.com/download/pdf/pdx54.pdf>
- [17] <http://www.kingbright.com/download/pdf/l-34f3c.pdf>

[18] <http://faculty.millikin.edu/~jaskill.nsm.faculty.mu/exp62.html>

[19] Datenblatt „Double-Reflective Light Emitting Diode (DR-LED)“ der Firma OMRON

[20] <http://www.technology.niagarac.on.ca/courses/phtn1333/images/LEDI-Vcurve.jpg>

[21] K.-H. Rohe: Elektronik für Physiker. Stuttgart: Teubner (1983) S.85

[22] K. Ulshöfer: Mathematische Formeln Gymnasium mit Tabellen und physikalischen Größen. München: Bayerischer Schulbuch Verlag (2000) S.102

**Anschrift der Verfasser:**

Prof. Dr. Axel Donges, cand. ing. Winfried Durach und cand. ing. Stephan Trunk

Fachhochschule und Berufskollegs NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH

Seidenstraße 12-35

D-88316 Isny im Allgäu

### **Bildunterschriften:**

Abb. 1: Schaltung zur experimentellen Bestimmung einer  $I$ - $U$ -Kennlinie einer Leuchtdiode

Abb.2: Normierte  $I$ - $U$ -Kennlinie für 3 verschiedene Temperaturen bei einem Bandabstand von 1 eV

Abb. 3: Graphische Darstellung der Schwellenspannungen 27 verschiedener Leuchtdioden über der reziproken Wellenlänge. Die eingezeichnete Gerade gehorcht der Gleichung

$$U_{\text{Sch}} = \frac{1,26 \mu\text{Vm}}{\lambda} - 0,34 \text{ V}.$$

Abb. 4: Messung der Wellenlänge der Leuchtdioden mit einem Gitterspektrometer. Die Wellenlänge berechnet sich mit der Formel  $\lambda = \frac{g}{n \sin(\theta_n)}$  ( $g$ : Gitterkonstante,  $n$ : Beugungsordnung,  $\theta_n$ : Winkel, bei denen Hauptmaxima beobachtet werden)

Abb. 5: a) Photographische Darstellung des elektrischen Aufbaus

b) Graphische Darstellung der Schwellenspannung in Abhängigkeit von der reziproken Wellenlänge. Die Schwellenspannungen beziehen sich auf einen Strom von 20 mA. Die eingezeichnete Ausgleichsgerade korrespondiert zu  $h = 7,2 \cdot 10^{-34} \text{ Js}^2$ .

---

<sup>2</sup> Für die Auswertung wurden die Messung an der blauen LED nicht herangezogen. Die von uns verwendeten blauen LEDs zeigten generell einen auffallend großen Werte der Schwellenspannung und der spektralen Bandbreite.

Abb. 1:

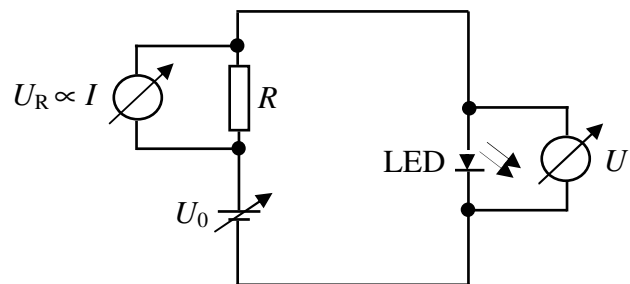


Abb. 2:

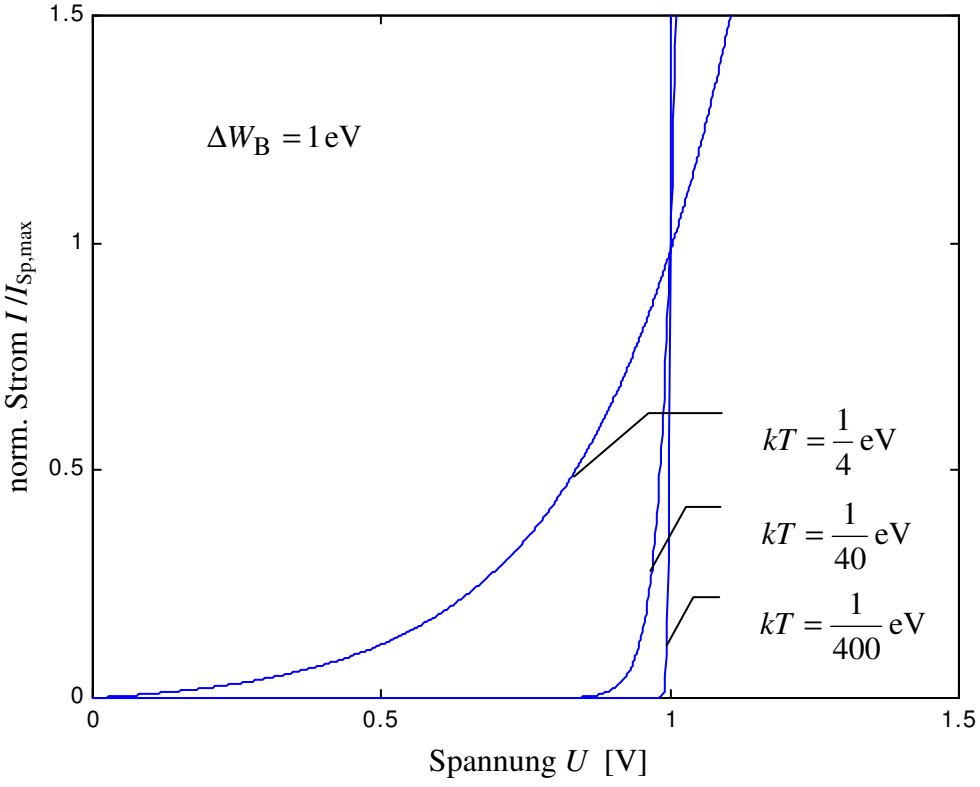


Abb. 3:

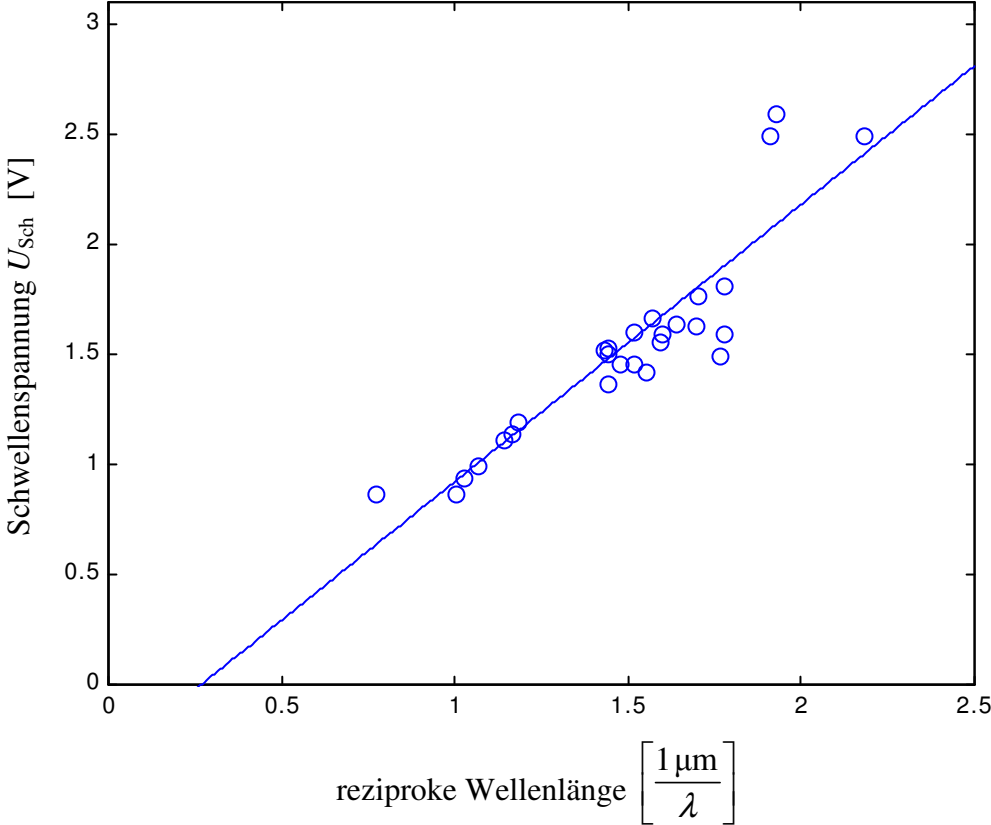


Abb. 4:

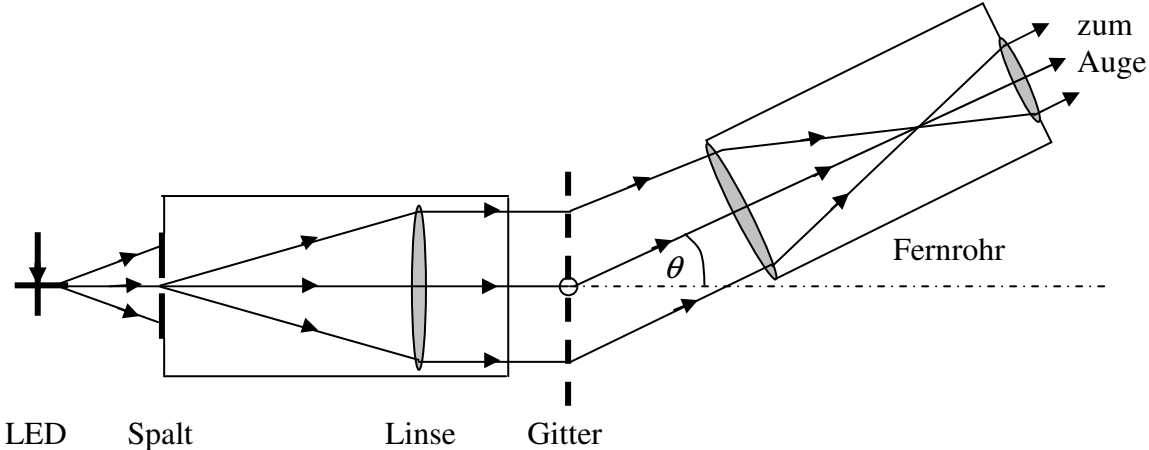


Abb. 5a

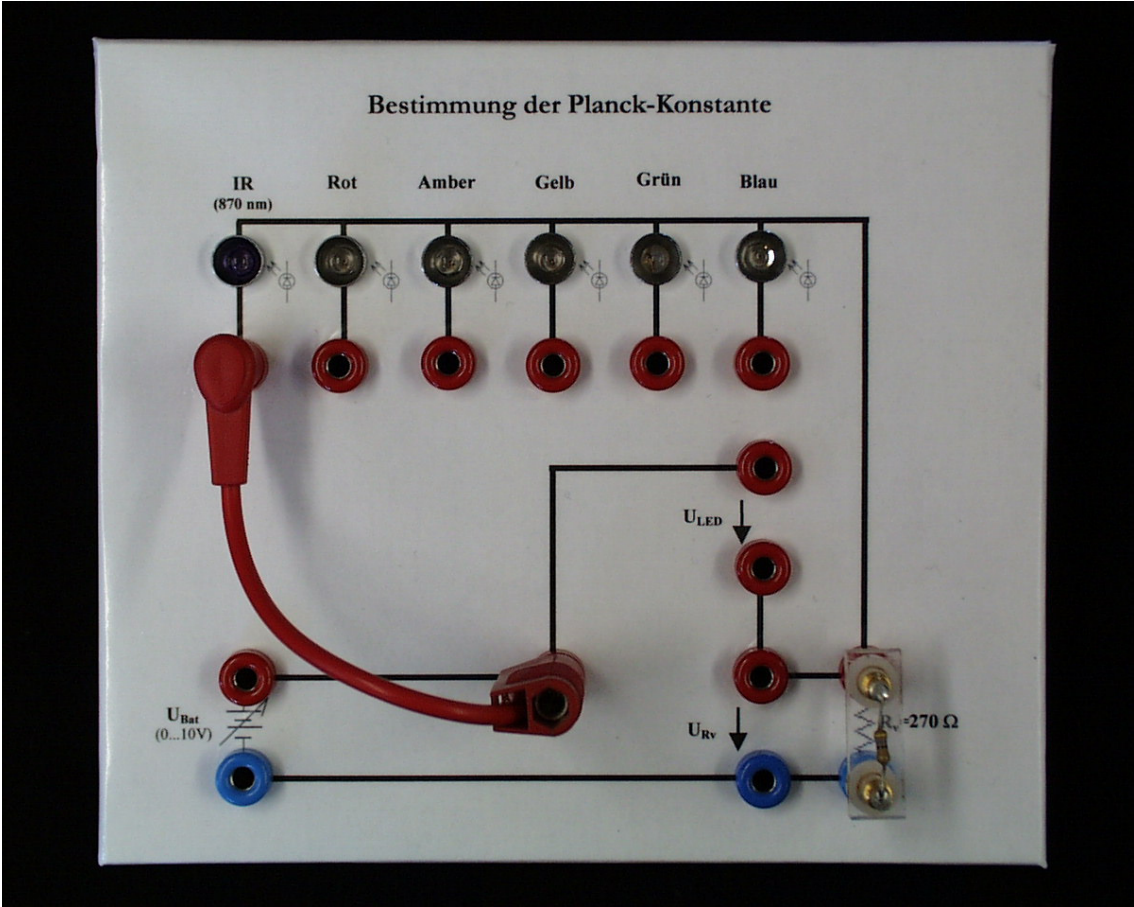


Abb. 5b:

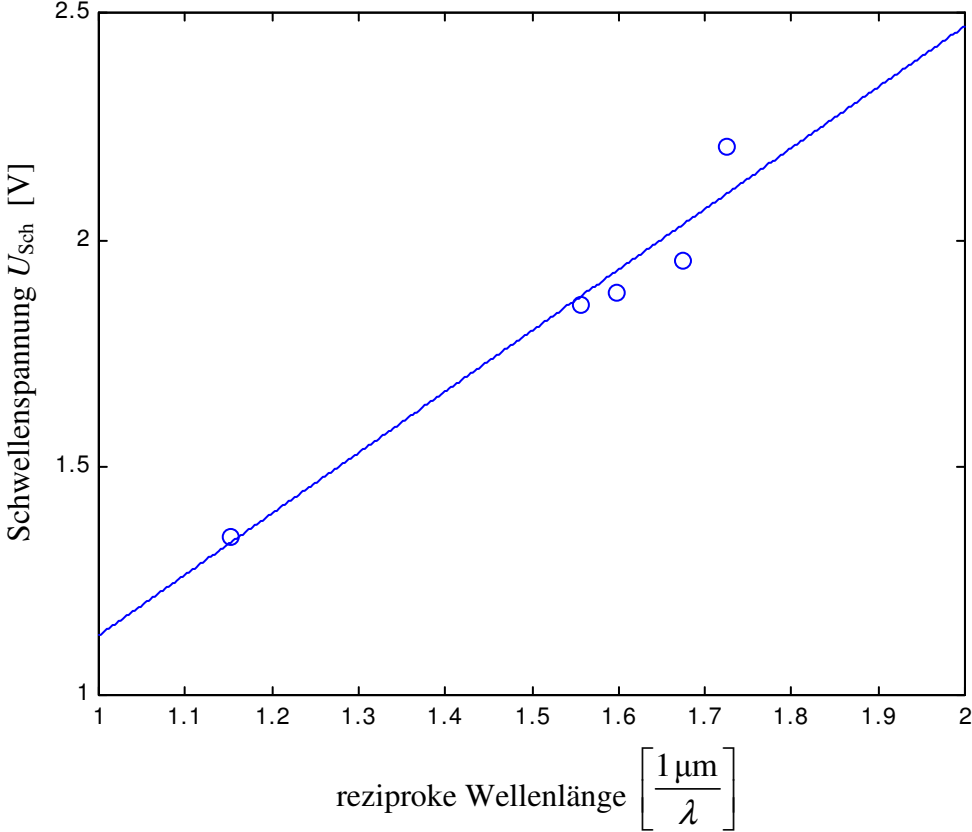


Tabelle 1:

<b>Wellenlänge <math>\lambda</math></b> in nm	<b>Schwellenspannung <math>U_{\text{Sch}}</math></b> in V	<b><math>U_{\text{Sch},0} - U_{\text{Sch}}</math></b> in V
1300	0,87 [14]	0,08
1000	0,87 [18]	0,37
980	0,95 [16]	0,32
940	1,0 [17]	0,32
880	1,12 [17]	0,29
860	1,15 [17]	0,29
850	1,2 [17]	0,26
700	1,53 [13]	0,24
695	1,37 [18]	0,41
695	1,51 [13]	0,27
695	1,54 [13]	0,24
680	1,46 [13]	0,36
660	1,46 [18]	0,42
660	1,61 [16]	0,27
647	1,43 [15]	0,49
639	1,67 [19]	0,27
630	1,56 [18]	0,41
627	1,6 [16]	0,38
612	1,65 [19]	0,38
592	1,64 [19]	0,45
590	1,77 [16]	0,33
567	1,5 [20]	0,69
565	1,6 [15]	0,59
565	1,82 [16]	0,37
525	2,5 [19]	0,14
520	2,6 [19]	0,22
460	2,5 [19]	0,20

Tabelle 1: Schwellenspannungen verschiedener Leuchtdioden und die dazugehörigen Wellenlängen. Die rechte Spalte zeigt die Spannungsdifferenz  $U_{\text{Sch},0} - U_{\text{Sch}}$ . Der Mittelwert von  $U_{\text{Sch},0} - U_{\text{Sch}}$  ist 0,34 V.