Zwei Gedankenexperimente zur Un(un)terscheidbarkeit von Wellen bezüglich Frequenz und Ausbreitungsrichtung

von
Axel Donges
Fachhochschule und Berufskollegs Prof. Dr. Grübler gGmbH
Seidenstraße 12-35, D-88316 Isny im Allgäu, eMail: donges@nta-isny.de

erschienen in:
Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 5/56 (2007) S. 28-29

1. Unterscheidbarkeit bezüglich der Frequenz

Wir betrachten zwei Wellen mit den Frequenzen f_1 und f_2. Die beiden Frequenzen seien fast identisch, d.h. $f_1 \approx f_2$ mit $f_1 > f_2$. Zur Messung des kleinen Frequenzunterschieds Δf werden die beiden Wellen überlagert und das Schwebungssignal ausgewertet. Der Zusammenhang zwischen der Frequenzdifferenz und der Schwebungsdauer T_S ist bekanntlich (siehe [1])

$$\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{1}{T_S} \tag{1}$$

(siehe Abb. 1). Um den Frequenzunterschied messen zu können, muss die zur Verfügung stehende Messzeit τ ausreichend bemessen sein. Sinnvoll erscheint die Abschätzung

$$\tau > T_S = \frac{1}{\Delta f} \ , \tag{2}$$

damit zumindest ein Minimum und ein Maximum des Schwebungssignals in die Messung mit einfließen. Anders ausgedrückt: Die beiden Frequenzen f_1 und f_2 können im Fall

$$\tau < \tau_{\min} \approx \frac{1}{\Delta f} \tag{3}$$

nicht unterschieden werden [2].

2. Unterscheidbarkeit bezüglich Ausbreitungsrichtung

Wir betrachten nun zwei ebene Wellen, die sich nur bezüglich der Ausbreitungsrichtung geringfügig unterscheiden sollen (Divergenzwinkel α). Zur Messung der kleinen Divergenz werden die beiden Wellen überlagert und das entstehende Streifenmuster ausgewertet. Der Zusammenhang zwischen dem Divergenzwinkel α und dem Abstand zweier heller oder dunkler Interferenzstreifen ist

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\lambda}{2d} \tag{4}$$

bzw. für kleine Winkel α

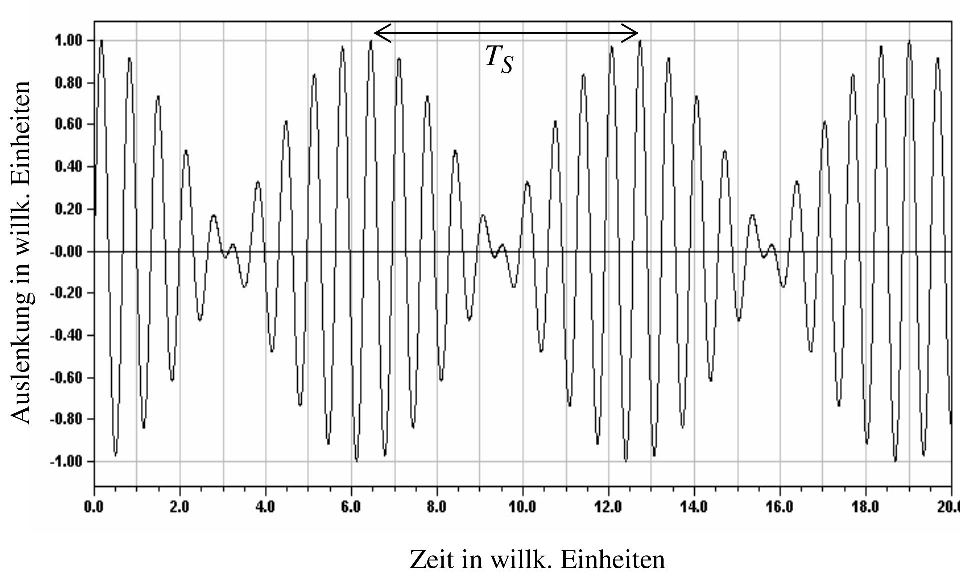

Abb. 1: Typisches Schwebungssignal

$$\alpha = \frac{\lambda}{d} \tag{5}$$

(siehe Abb. 2 und 3) .

Um den Winkel α messen zu können, darf der Interferenzstreifenabstand d nicht zu groß im Vergleich zur lateralen Ausdehnung b der Welle werden. Sinnvoll erscheint die Abschätzung

$$d < b \ , \tag{6}$$

damit zumindest ein heller und ein dunkler Interferenzstreifen in die Auswertung mit einfließen [2]. Damit folgt aus (5) die Forderung

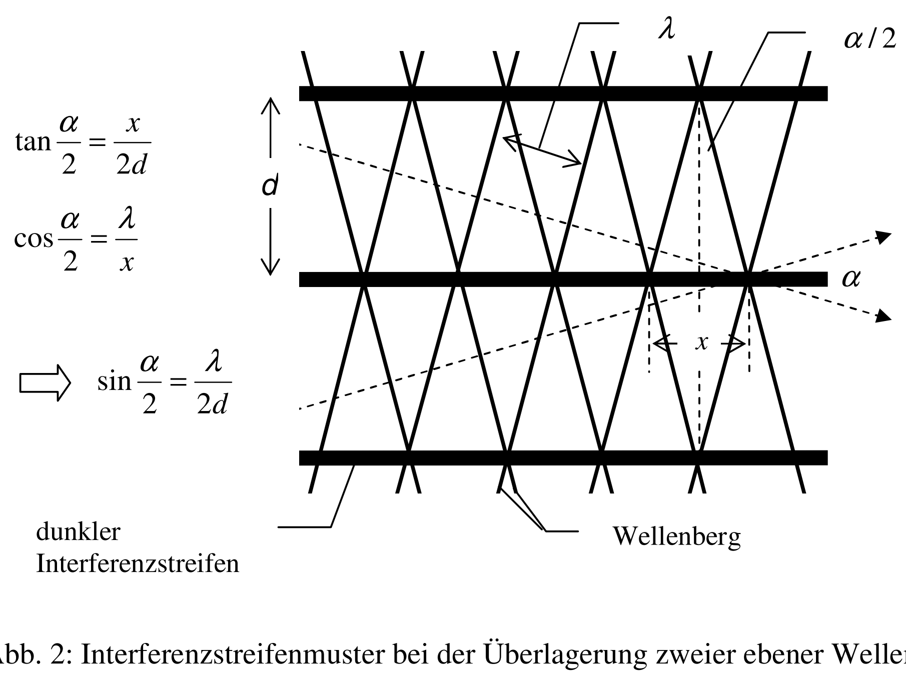

Abb. 2: Interferenzstreifenmuster bei der Überlagerung zweier ebener Wellen

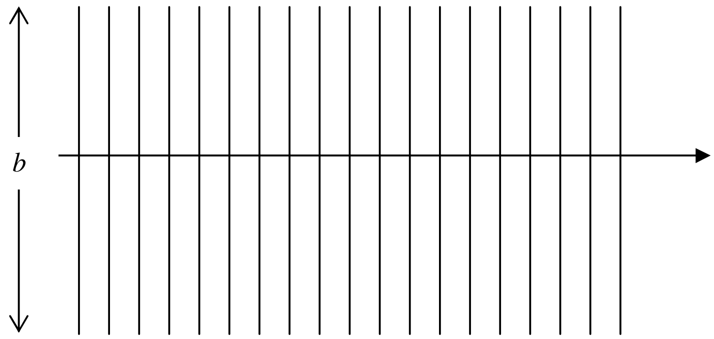

Abb. 3: Die in Abb. 2 dargestellte Situation lässt sich mit einem Overhead-Freihand-Experiment leicht demonstrieren, in dem man zwei Overhead-Folien mit dem in Abb. 3 gezeigten Muster übereinander auf den Projektor legt und den Winkel zwischen den beiden Folien verändert.

$$\alpha > \frac{\lambda}{b}. \tag{7}$$

Anders ausgedrückt: Ein Winkel α zwischen zwei Wellen kann nur dann festgestellt werden, wenn der Winkel mindestens

$$\alpha_{\min} \approx \frac{\lambda}{b} \tag{8}$$

beträgt. $\alpha_{\min}$ wird Beugungswinkel genannt (= Winkel zwischen dem zentralen Maximum und dem Minimum erster Ordnung bei der Beugung am Spalt der Breite b [3]).

3. Resumee

Zwei Wellen können bezüglich ihren Frequenzen nur dann unterschieden werden, wenn als Beobachtungszeit mindestens die Zeitdauer

$$\tau_{\min} \approx \frac{1}{\Delta f} \tag{9}$$

zur Verfügung steht. Für kürzere Beobachtungszeiten sind die beiden Wellen als monofrequent anzusehen. Zwei ebene Wellen der Breite b können bezüglich ihren Ausbreitungsrichtungen nur dann unterschieden werden, wenn ihr Divergenzwinkel größer als der Beugungswinkel

$$\alpha_{\min} \approx \frac{\lambda}{b} \tag{8}$$

ist. Ist dies nicht der Fall, so sind die beiden Wellen als parallel anzusehen.

Wir betrachten nun ein Wellenfeld, das sich aus zwei oder mehreren Wellen gleicher Polarisationsrichtung zusammensetzt. Sind diese Wellen bezüglich Frequenz und Ausbreitungsrichtung nicht unterscheidbar, so kann dieses Wellenfeld als ebene, monochromatische Welle aufgefasst werden. Da die ebene monochromatische Welle zeitlich und räumlich kohärent ist, gilt dies auch für das betrachtete Wellenfeld.

Die maximale Zeitdauer, während der zeitliche Kohärenz vorliegt ist, heißt Kohärenzzeit. Die Kohärenzzeit lässt sich mit Gleichung (9) abschätzen, wobei Δf die Bandbreite (Halbwertsbreite) des Spektrums des Wellenfeldes ist. Räumliche Kohärenz liegt innerhalb des Kohärenzwinkels vor, der durch Gleichung (8) gegeben ist.

Beispiel: Das Licht einer Glühlampe wird mit einem Spektralfilter auf eine Bandbreite von 10^{12} Hz eingeengt. Durch diese so genannte zeitliche Filterung hat das Licht eine Kohärenzzeit von ca. 1 ps bzw. eine Kohärenzlänge (= Kohärenzzeit mal Lichtgeschwindigkeit) in Ausbreitungsrichtung von ca. 300 µm. Tritt das Licht durch eine Lochblende mit einem Durchmesser von 500 µm (räumliche Filterung), so berechnet sich der Kohärenzwinkel mit einer mittleren Wellenlänge von 500 nm zu etwa 10^{-3} rad, d.h. ein Meter von der Lochblende entfernt ist das Wellenfeld über eine Strecke (senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) von ca. 1 mm räumlich kohärent (Abb. 4).

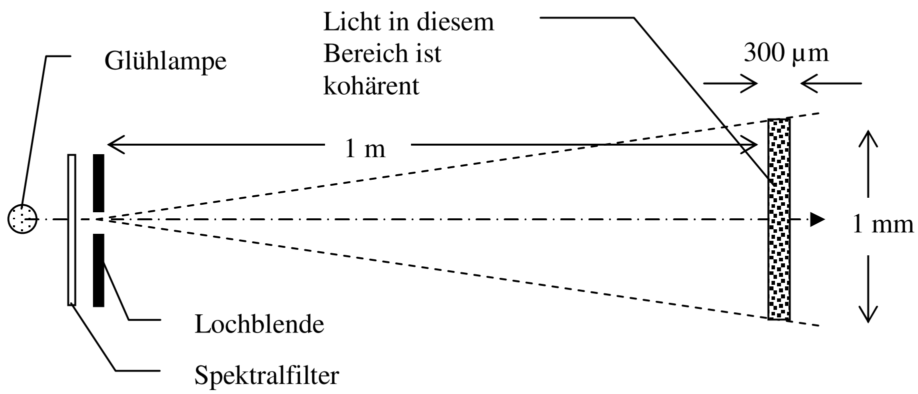

Abb. 4: Beispiel zur zeitlichen und räumlichen Filterung des Lichts einer Glühlampe

Literatur

[1] J. Eichler: Physik – Grundlagen für das Ingenieurstudium. Braunschweig: Vieweg (1993), S. 124-126

[2] A. Donges: Die Kohärenzbedingungen. Physik und Didaktik 2/19 (1991), S. 109-118

[3] J. Wittmann, H. Jena: Physik – Wellenlehre Optik. München: Bayerischer Schulbuch Verlag (1987), S. 52-54