

Vom waagrechten Wurf zur Geschwindigkeit eines erdnahen Satelliten

von
Axel Donges

erschienen in:

Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht 3/56 (2003) S. 171

Zusammenfassung

Ausgehend vom *waagrechten Wurf* wird die Bahngeschwindigkeit eines erdnahen Satelliten bestimmt.

1 Einleitung

Wir betrachten einen erdnahen Satelliten, der die Erde in niedriger Höhe h umkreist. Durch Gleichsetzen von Zentrifugal- und Gewichtskraft

$$\frac{mv_0^2}{R_E + h} = mg \quad (1)$$

folgt für die Bahngeschwindigkeit des Satelliten:

$$v_0 = \sqrt{(R_E + h)g} \\ \approx \sqrt{R_E g} = 7,9 \text{ km/s} \quad (h \ll R_E) \quad (2)$$

($R_E = 6371$ km, Radius der kugelförmig angenommenen Erde). Das gleiche Ergebnis liefert auch die nachfolgend skizzierte Überlegung.

2 Krümmung der Wurfparabel

Die Bahnkurve beim *waagrechten Wurf* ist bei Vernachlässigung der Luftreibung bekanntlich durch die Parabel

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (3)$$

(h : Abwurfhöhe, v_0 : Abwurfgeschwindigkeit) gegeben [1]. Die Berechnung des Krümmungsradius [1, 2] von (3) ergibt

$$\rho(x) = \frac{[1 + y'^2]^{3/2}}{y''} = -\frac{v_0^2}{g} \left[1 + \left(\frac{gx}{v_0^2} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (4)$$

Im Moment des Abwurfs, d.h. bei $x = 0$, beträgt der Krümmungsradius

$$\rho(0) = -\frac{v_0^2}{g}. \quad (5)$$

Gilt nun

$$\rho(0) = -(R_E + h), \quad (6)$$

so bewegt sich der weggeworfene Körper (nicht nur im ersten Moment!) tangential zur gekrümmten Erdoberfläche. Mit anderen Worten: Der Körper umkreist die Erde als erdnahe Satellit. Durch Gleichsetzen von (5) und (6) folgt (2).

3 Schlussbemerkung

Die hier vorgestellte Überlegung will keinesfalls die übliche Herleitung von (2) - Gleichsetzen von Flieh- und Gewichtskraft - ersetzen. Es soll lediglich der Zusammenhang zwischen dem waagrechten Wurf und der Bewegung eines erdnahen Satellit verdeutlicht werden.

4 Literatur

[1] H. Heinemann, H. Krämer, H. Zimmer: Kleine Formelsammlung Physik, 2. Auflage. München: Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag (1997), S. 24

[2] P. Garret: Krümmung einer Kurve. MNU 48/4 (1995), S. 220-221

[3] K. Ulshöfer, H.-D. Hornschuh: Mathematische Formeln und physikalische Größen (Gymnasium). Stuttgart: Verlag Konrad Wittwer (1995), 5. Auflage, S. 42

Anschrift des Verfassers: Prof. Dr. Axel Donges, Fachhochschule und Berufskollegs NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH, Seidenstraße 12-35, 88316 Isny im Allgäu, E-mail: AD@FH-Isny.de