Sublimation von Mottenkugeln

von

Axel Donges

erschienen in: Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule 8/55 (2006), S. 45-46

Zusammenfassung

„Mottenkugeln" lösen sich innerhalb weniger Tage vollständig auf. Die Schulphysik und –mathematik reichen aus, ein einfaches Modell aufzustellen, das diese Sublimation quantitativ beschreibt. Das Modell wird mit einfachen Mitteln experimentell überprüft.

1. Einleitung

Zur Bekämpfung von Motten werden u.a. „Mottenkugeln" in der Wohnung ausgelegt. Dabei beobachtet man, dass Mottenkugeln sich innerhalb weniger Tage vollständig auflösen, d.h. von der festen in die gasförmige Phase übergehen. Dieser Vorgang lässt sich mit einfachen Mitteln quantitativ untersuchen und theoretisch beschreiben. Nachfolgend wird zunächst ein einfaches Modell vorgestellt und dann mit Messergebnissen verglichen.

2. Modell

Wir betrachten einen Körper mit dem Volumen V und der Oberfläche A. Durch Sublimation verliert die Körper ständig an Masse m. Unter der Annahme, dass die pro Zeiteinheit abgegebene Masse proportional zur Oberfläche der Kugel ist, gilt:

$$\frac{dm}{dt} = -\alpha A. \tag{1}$$

Wir nennen α die spezifische Sublimationsrate. α gibt an, wie viel Masse pro Zeit- und Oberflächeneinheit durch Sublimation abgegeben wird. Mit

$$m = \rho V \tag{2}$$

(ρ: Massendichte) bzw.

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} \tag{3}$$

folgt aus (1)

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\alpha}{\rho} A. \tag{4}$$

α / ρ gibt anschaulich an, wie viel Volumen pro Zeit- und Oberflächeneinheit durch Sublimation verloren geht. Mit

$$dV = A dx_{\perp} \tag{5}$$

($dx_{\perp}$: infinitesimal kleine Strecke senkrecht auf der Oberfläche des Körpers) folgt

$$\frac{dx_{\perp}}{dt} = -\frac{\alpha}{\rho} = \text{const.} \tag{6}$$

Integration von (6) liefert

$$x_{\perp}(t) = x_{\perp 0}(0) - \frac{\alpha}{\rho} t \,. \tag{7}$$

Wir betrachten zwei konkrete Beispiele:

Kugel: Im Fall einer Kugel nimmt der Kugelradius linear mit der Zeit ab:

$$r(t) = r_0 - \frac{\alpha}{\rho} t \,. \tag{8}$$

Hierbei ist r_0 der Kugelradius zu Beginn (t = 0). Für die Masse der Kugel bedeutet dies:

$$m(t) = \frac{4}{3}\pi\rho(r_0 - \frac{\alpha}{\rho}t)^3 = m_0\left(1 - \frac{\alpha}{\rho r_0}t\right)^3 \tag{9}$$

(m_0: Masse zur Zeit $t = 0$). Nach der Zeit

$$\tau = \frac{r_0 \rho}{\alpha} \tag{10}$$

(Lebensdauer der Kugel) hat sich die Kugel vollständig ausgelöst und die Gleichungen (7) bis (9) verlieren ihre Gültigkeit. In normierter Darstellung gilt:

$$\boxed{\frac{m(t)}{m_0} = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^3 \qquad (0 \le \frac{t}{\tau} \le 1).} \tag{11}$$

Die Zeit, innerhalb der sich die Kugelmasse halbiert, beträgt gerundet 0,206 τ.

Langer Zylinder: Für die Masse des Zylinder gilt

$$m = \rho\pi r^2 h \,. \tag{12}$$

Hierbei ist r der Radius des Zylinders und h seine Länge. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass nur an der Mantelfläche des Zylinders Sublimation auftritt, d.h. der Massenverlust über die Grundflächen wird vernachlässigt. In diesem Fall gilt für die Masse des Zylinders

$$m(t) = \rho\pi h\left(r_0 - \frac{\alpha}{\rho}t\right)^2 = m_0\left(1 - \frac{\alpha}{\rho r_0}t\right)^2 \tag{13}$$

bzw.

$$\boxed{\frac{m(t)}{m_0} = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^2 \qquad (0 \le \frac{t}{\tau} \le 1),} \tag{14}$$

wobei die Lebensdauer τ, wie im Fall der Kugel, durch Gleichung (10) gegeben ist. Im Zeitintervall 0,293 τ halbiert sich die Masse des Zylinders.

3. Experiment

Das Experiment wurde mit „Mottenkugeln“ der Firma Reckhaus GmbH & Co. KG durchgeführt. Die „Mottenkugeln“ bestehen aus Paradichlorbenzol[1]. Die „Mottenkugeln“ (so der

[1] Paradichlorbenzol (PDCB) entsteht als Abfallprodukt bei der Monochlorbenzolproduktion. PDCB ist leicht flüchtig und wird als Wirkstoff gegen Motten und Mehltau in Pestiziden eingesetzt. Früher wurde PDCB in WC-

Handelsname) haben - entgegen ihrem Namen - jedoch Zylinderform (Höhe: 1,3 cm, Radius: 0,5 cm), siehe Abbildung 1. Es ist daher eine zeitliche Abnahme der Masse entsprechend Gleichung (14) zu erwarten.

Abb. 1: Vier „Mottenkugeln“ auf der Waagschale

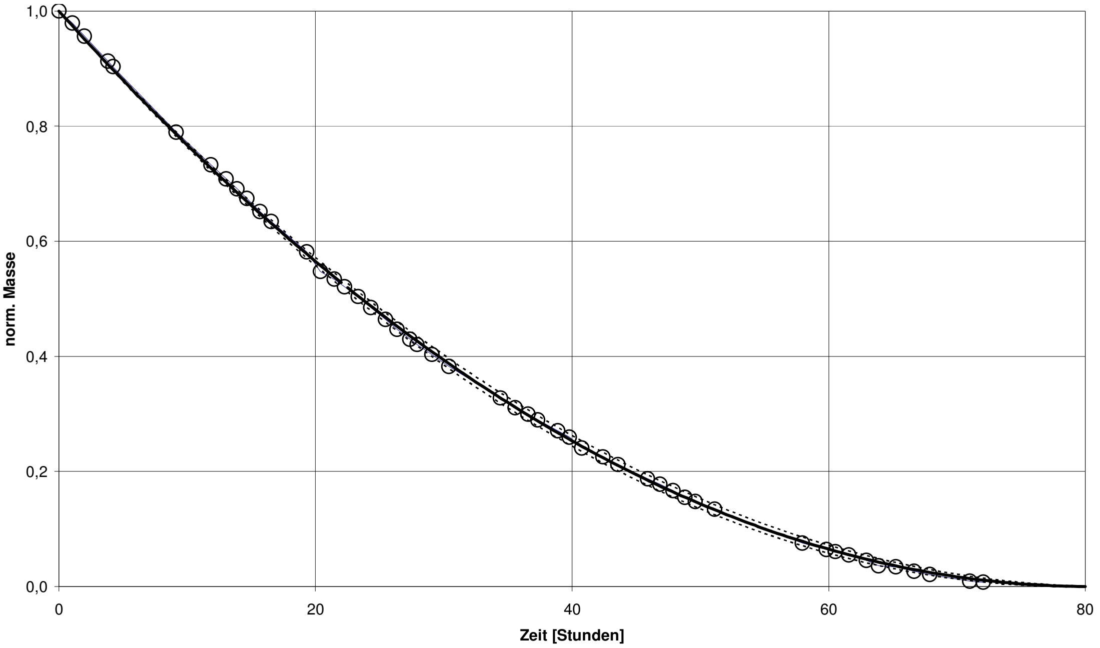

Abb. 2: Zeitlicher Verlauf der Masse von vier „Mottenkugeln“. Die durchgezogene Linie wurde mit Gleichung (14) und $\tau = 80{,}5$ h berechnen. Für die Berechnung der beiden unterbrochenen Linien wurde die Lebensdauer zu 79 h bzw. 82 h angenommen.

Duftverbesserern eingesetzt. PDCB reizt die Haut und die Augen und verursacht neurologische Störungen. Bei längerer Einwirkung zeigten sich beim Menschen Leberschäden und Anämien. Im Tier verursachte PDCB v.a. Leber- und Nierenschäden und Schädigungen des Immunsystems.

Bei der Durchführung des Experiments (Messung der Masse m einiger Mottenkugeln in Abhängigkeit von der Zeit t) ist darauf zu achten, dass die klimatischen Bedingungen (z.B. Raumtemperatur, Sonneneinstrahlung durch ein Fenster, Luftfeuchtigkeit, Zugluft) nicht allzu sehr variieren.

In Abbildung 2 ist die zeitliche Entwicklung der Masse von vier „Mottenkugeln" über einen Zeitraum von etwa 80 Stunden bei einer Temperatur von (18±2) °C grafisch dargestellt. Die Messungen passen sehr gut mit der Theorie (Gl. (14)) überein, wenn eine Lebensdauer τ = (80,5±1,5) h angenommen wird. Mit Gleichung (10) folgt dann mit dem Startradius $r_0 = 0,5$ cm

$$\frac{\alpha}{\rho} = \frac{r_0}{\tau} = (17,3 \pm 0,3)\,\frac{\text{nm}}{\text{s}}. \qquad (15)$$

Mit dieser Geschwindigkeit nimmt der Radius des Zylinders ab.

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. Axel Donges

Fachhochschule und Berufskollegs NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH

Seidenstraße 12-35

D-88316 Isny im Allgäu

eMail: AD@fh-isny.de