Die Bewegung bei konstanter Beschleunigungsleistung

von

Axel Donges

erschienen in

Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht 4/56 (2003) S. 211-213

Zusammenfassung

Für die nichtgleichförmig beschleunigte Bewegung bei konstanter Leistung werden die Bewegungsgleichungen hergeleitet. Die maximale Beschleunigung von Kraftfahrzeugen kann näherungsweise bei nicht zu hohen Geschwindigkeiten mit diesen Gleichungen beschrieben werden.

1. Einleitung

Die Bewegung unter dem Einfluss einer *konstanten* Kraft (*gleichförmig* beschleunigte Bewegung) wird im Physikunterricht ausgiebig besprochen. Die entsprechenden Bewegungsgleichungen lauten:

$$v = v_0 + at \tag{1}$$

und

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \tag{2}$$

mit

$$a = \frac{F}{m} = \text{const.} \tag{3}$$

Hierbei bedeuten: v: Geschwindigkeit, t: Zeit, v_0: Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$, a: konstante Beschleunigung, s: im Zeitintervall t zurückgelegter Weg, F: beschleunigende konstante Kraft und m: Masse. Schüler neigen vereinzelt dazu, die Gleichungen (1) und (2) auch dann anzuwenden, wenn keine gleichförmige Beschleunigung vorliegt. Es ist daher lehrreich, im Unterricht exemplarisch auch eine *nichtgleichförmig* beschleunigte Bewegung zu behandeln.

2. Bewegung bei konstanter Leistung

In dieser kurzen Notiz wird als Beispiel die beschleunigte Bewegung bei *konstanter Leistung* behandelt. Da Reibungskräfte nicht berücksichtigt werden, wächst die kinetische Energie bei horizontaler Bewegung linear mit der Zeit an.

$$\frac{m}{2}v(t)^2 = \frac{m}{2}v_0^2 + Pt \tag{4}$$

(P: konstante Leistung). Auflösen nach v liefert

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2\frac{P}{m}t} \tag{5}$$

Die Beschleunigung a berechnet sich definitionsgemäß zu

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{P}{m\sqrt{v_0^2 + 2\frac{P}{m}t}} = \frac{P}{mv}\ , \tag{6}$$

d.h. die Beschleunigung nimmt ab, je größer die Geschwindigkeit wird. Integration von (5) mit der Anfangsbedingung $s(t=0)=0$ liefert für den im Zeitintervall *t* zurückgelegten Weg

$$\begin{aligned} s &= \frac{m}{3P}\left(v_0^2 + 2\frac{P}{m}t\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{mv_0^3}{3P} \\ &= \frac{m\left(v^3 - v_0^3\right)}{3P} = \frac{v^3 - v_0^3}{3av} \end{aligned} \quad . \tag{7}$$

3. Start aus der Ruhe

Mit $v_0 = 0$ vereinfachen sich die Gleichungen (1), (2) und (5)-(7) zu

$$v = at \qquad (a\text{: const.}), \tag{1'}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{v^2}{2a} \qquad (a\text{: const.}), \tag{2'}$$

$$v = \sqrt{2\frac{P}{m}t} \qquad (P\text{: const.}), \tag{5'}$$

$$a = \sqrt{\frac{P}{2mt}} = \frac{P}{mv} \qquad (P\text{: const.}) \tag{6'}$$

und

$$s = \sqrt{\frac{8Pt^3}{9m}} = \frac{mv^3}{3P} = \frac{v^2}{3a} \qquad (P\text{: const.})\ . \tag{7'}$$

Die Abbildungen 1 bis 3 veranschaulichen die Gleichungen (1'), (2') und (5')-(7') für $a = \frac{F}{m} = 1\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ bzw. $\frac{P}{m} = 1\frac{\text{W}}{\text{kg}}$.

4. Maximale Beschleunigung eines Kraftfahrzeugs

Wir betrachten die in den Tabellen 1-3 bzw. Abb. 4 zusammengefassten Herstellerangaben von Beschleunigungszeiten, die sich auf die *maximale* Beschleunigung dreier willkürlich gewählter Fahrzeuge beziehen. Ein Blick auf Abb. 6 zeigt, dass es sich bei *keinem* der betrachteten Kraftfahrzeuge um eine gleichförmig beschleunigte Bewegung handelt. Dies ist für viele Schüler überraschend, werden doch üblicherweise alle Übungs- und Klausuraufgaben im Zusammenhang mit Kraftfahrzeugen unter der Annahme konstanter Beschleunigung gelöst.

Die drei Kurven in Abb. 4 wurden mit Hilfe von Gleichung (5') berechnet. Die (mehr oder weniger) gute Übereinstimmung der Kurven mit den einzelnen Messpunkten deutet darauf hin, dass die Bewegung bei maximaler Beschleunigung in grober Näherung als eine *nicht-gleichförmig beschleunigte Bewegung bei konstanter Leistung* angesehen werden kann. Bei der Berechnung der Kurven mit Gleichung (5') wurde für $\frac{P}{m} \approx \alpha \frac{P_{\max}}{m}$ ($P_{\max}$: maximale Motorleistung laut Herstellerangabe, *m*: tatsächliche Gesamtmasse) mit $\alpha = 0{,}5\ ...\ 0{,}6$ gewählt.

Tabelle 1: 1. Beispiel für die maximale Beschleunigung eines Kfz

0 - 20 km/h: 1,0 s	0 - 40 km/h: 2,1 s	0 - 60 km/h: 3,6 s	0-80 km/h: 5,1 s
0-100 km/h: 7,6 s	0-120 km/h: 10,0 s	0-140 km/h: 13,5 s	0-160 km/h: 18,1 s
0-180 km/h: 26,1 s			

Tabelle 2: 2. Beispiel für die maximale Beschleunigung eines Kfz

0 - 40 km/h: 3,1 s	0 - 60 km/h: 5,5 s	0 - 80 km/h: 8,7 s	0-100 km/h: 13,2 s
0-120 km/h: 19,7 s	0-140 km/h: 32,2 s	0-160 km/h: 65,5 s	

Tabelle 3: 3. Beispiel für die maximale Beschleunigung eines Kfz

0 - 60 km/h: 9,3 s	0 - 80 km/h: 14,2 s	0 - 100 km/h: 21,5 s	

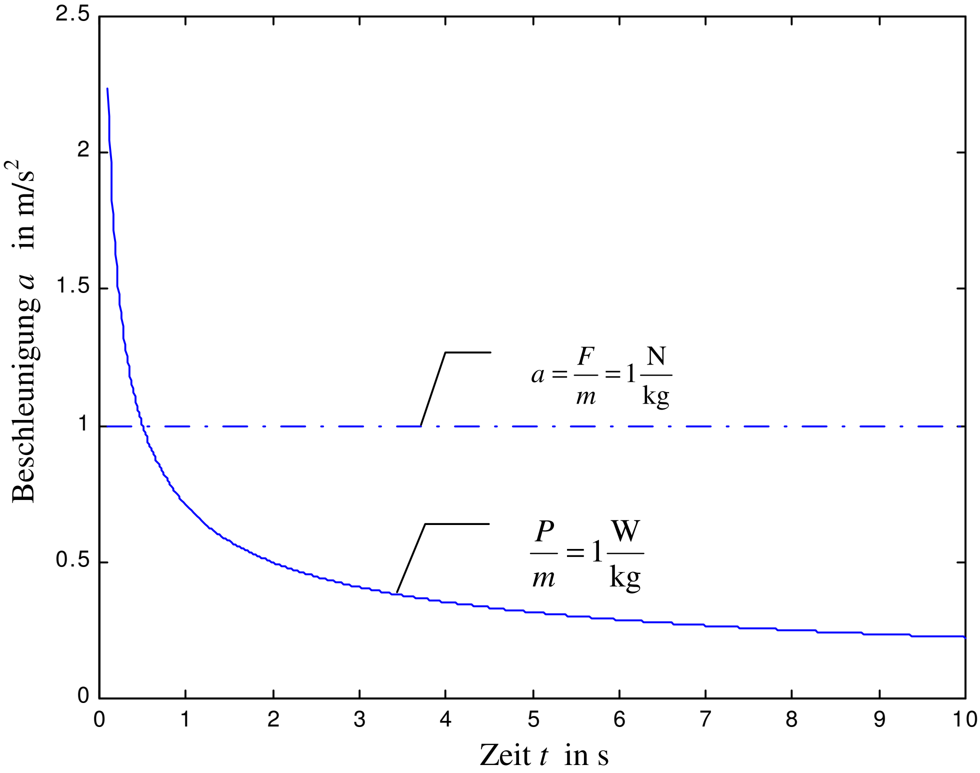

Abb. 1 : t-a-Diagramm für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung und für eine beschleunigte Bewegung bei konstanter Leistung ($v_0 = 0$)

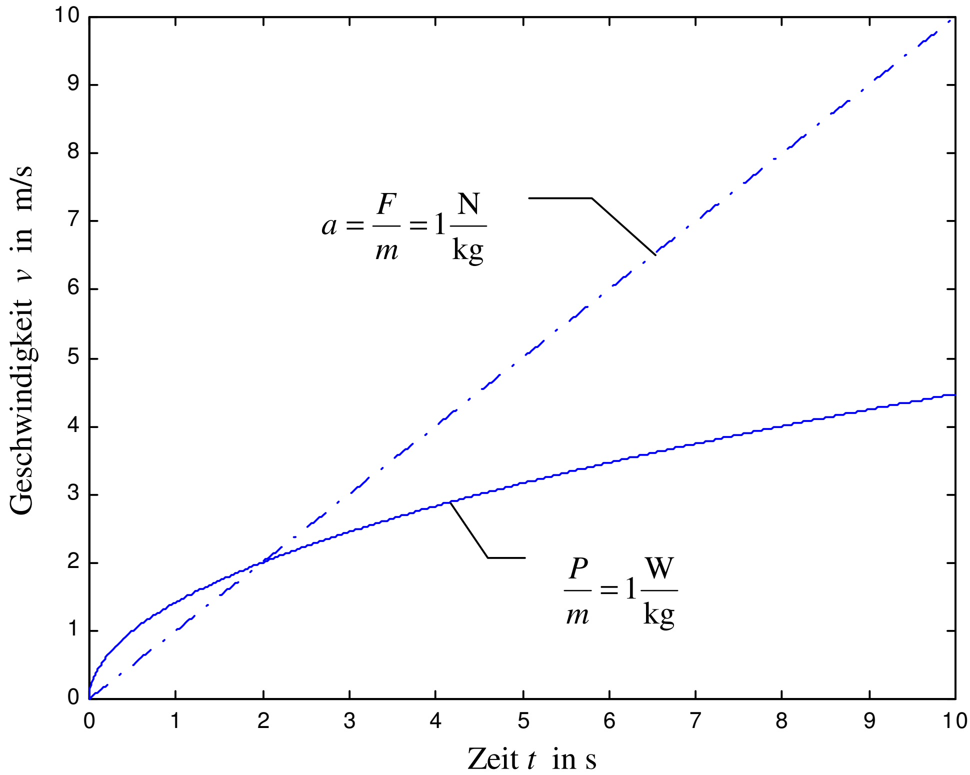

Abb. 2 : t-v-Diagrammfür eine gleichförmig beschleunigte Bewegung und für eine beschleunigte Bewegung bei konstanter Leistung ($v_0 = 0$)

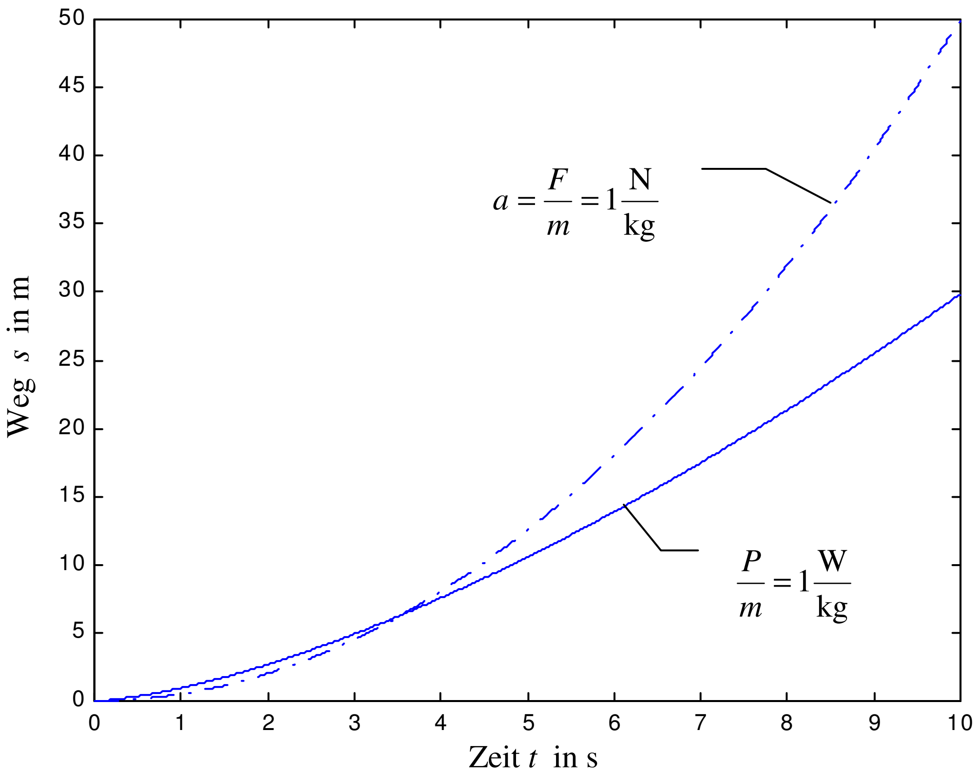

Abb. 3 : t-s-Diagramm für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung und für eine beschleunigte Bewegung bei konstanter Leistung ($v_0 = 0$)

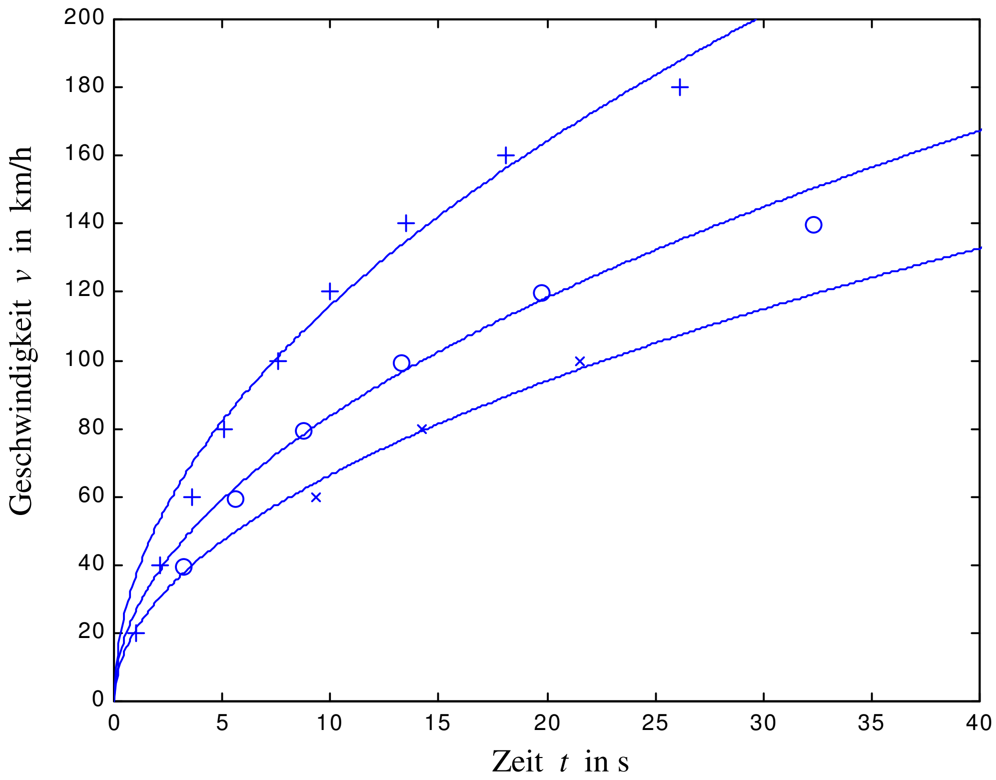

Abb. 4: Beschleunigungen typischen Kraftfahrzeuge (nach Tabellen 1-3). Die Kurven wurden mit Gleichung (5') und den Parametern $\frac{P}{m} = 17\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}$ $(29\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}})$, $\frac{P}{m} = 27\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}$ $(50\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}})$ bzw. $\frac{P}{m} = 52\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}}$ $(98\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}})$ berechnet. Die in Klammern gesetzten Werte wurde berechnet, indem die Maximalleistung durch die Gesamtmasse geteilt wurde.

Anschrift des Verfassers:
Prof. Dr. Axel Donges
Fachhochschule und Berufskollegs NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH
Seidenstraße 12-35
D-88316 Isny im Allgäu
eMail: ADonges@web.de

Zum Autor: Prof. Dr. Axel Donges studierte Physik an der TU Darmstadt. Seit 1985 unterrichtet er Physik an dem Berufskolleg für Physikalisch-technische Assistenten und an der Fachhochschule der NTA Prof. Dr. Grübler gGmbH in Isny im Allgäu.